5. Rahman Q. I., Schmeisser G. *Analytic theory of polynomials.* - Oxford University Press, 2002.

**Т. А. Кергилова**

*Горно-Алтайск, kergyl@gmail.com*

## УСИЛЕНИЕ ТЕОРЕМЫ КОБАЯСИ О МЕБИУСОВЫХ ОТОБРАЖЕНИЯХ

В работе [1] была введена новая характеристика Мебиусовых преобразований комплексной плоскости с использованием Аполлоновых точек для треугольников.

В 2007 г. Кобаяси [2] получил следующий признак мебиусовости отображения:

**Теорема 1.** *Пусть* $\lambda \in C\backslash R$. *Пусть* $f : U \to C$ *— непрерывное инъективное отображение класса* $C^1$ *области* $U$ *комплексной плоскости, такое, что для любой четверки точек* $\{z_1, z_2, z_3, z_4\} \in U$ *с ангармоническим отношением*

$$[z_1 : z_2 : z_3 : z_4] = \frac{(z_1 - z_3)(z_2 - z_4)}{(z_3 - z_2)(z_4 - z_1)} = \lambda$$

*выполняется*

$$[f(z_1):f(z_2):f(z_3):f(z_4)] = \frac{(f(z_1) - f(z_3))(f(z_2) - f(z_4))}{(f(z_3) - f(z_2))(f(z_4) - f(z_1))} = \lambda.$$

*Тогда* $f$ *— мебиусово преобразование.*

Мы показываем, что теорема Кобаяси остается верной при любом $\lambda \notin \{0, 1, \infty\}$ без требования гладкости и инъективности $f$.

**Теорема 2.** *Если* $\lambda \notin \{0, 1, \infty\}$, *то любое непрерывное отображение* $f : U \to \overline{C}$ *области* $U \subset \overline{C}$, *такое, что*

$$[f(z_1) : f(z_2) : f(z_3) : f(z_4)] = \frac{(f(z_1) - f(z_3))(f(z_2) - f(z_4))}{(f(z_3) - f(z_2))(f(z_4) - f(z_1))} = \lambda$$

*выполняется для любой четверки точек* $\{z_1, z_2, z_3, z_4\} \in U$ *с ангармоническим отношением*

$$[z_1 : z_2 : z_3 : z_4] = \frac{(z_1 - z_3)(z_2 - z_4)}{(z_3 - z_2)(z_4 - z_1)} = \lambda,$$

*является либо константой, либо мебиусовым отображением. При этом, если* $\lambda$ *— не вещественное число, то функция* $f(z)$ *либо константа, либо является дробно-линейной функцией.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Haruki H., Rassias T. M. *A new characteristik of Moebius transformations by use of Appolonius points of triangle* // J. Math. Anal. Appl. - 1996. - No 197. - P. 14–22.

2. Kobayashi O. *Appolonius points and anharmonic ratios* // Tokyo J. Math. - 2007. - No 30. - P. 117–119.

**А. А. Клячин**

*Волгоград, klyachin-aa@yandex.ru*

## ОБ ОДНОМ ВАРИАЦИОННОМ РАВЕНСТВЕ ДЛЯ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ МИНИМАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Пусть $\Omega$ — ограниченная область в $\mathbf{R}^n$. Для функции $f \in C^1(\Omega)$ полагаем

$$\sigma(f) = \int\limits_{\Omega} \sqrt{1 + |\nabla f|^2} dx.$$

Уравнение Эйлера – Лагранжа для функционала $\sigma(f)$ есть уравнение минимальных поверхностей

$$\operatorname{div}\left(\frac{\nabla f}{\sqrt{1 + |\nabla f|^2}}\right) = 0. \tag{1}$$